18. A variable plane is at a constant distance p from the origin and meets the axes in A, B and C. Show that the locus of the centroid of the tetrahedron $OABC$ is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$.

ஒரு தளமாறியானது விமானம் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து நிலையான தொலைவு p யில் உள்ளது மற்றும் A, B மற்றும் C இல் உள்ள அச்சுகளை சந்திக்கிறது எனில் $OABC$ என்ற நாண்முக மையப்பகுதியின் நியமப்பாதை $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$ என்பதைக் காட்டு.

19. Find the shortest distance between the lines $\frac{x-8}{3} = \frac{y+9}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-15}{-5}$. Find also the equation of the line of the shortest distance.

$\frac{x-8}{3} = \frac{y+9}{-16} = \frac{z-10}{7}$ மற்றும் $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-15}{-5}$ என்ற கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள மிகக் குறுகிய தூரம் மற்றும் மிகக் குறுகிய தூர கோட்டின் சமன்பாட்டையும் கண்டறிக.

20. Find the center and radius of the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$, $x - 2y + 2z = 3$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$, $x - 2y + 2z = 3$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

APRIL/MAY 2024

23UMA21 — ANALYTICAL GEOMETRY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Determine the angle between the lines representing $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ ஐக் குறிக்கும் கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தைக் குறிப்பிடுக.

2. Let the gradient of one of the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ be twice that of the other. Then show that $8h^2 = 9ab$.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ என்ற கோடுகளில் ஒன்றின் சாய்வு மற்றதை விட இரண்டு மடங்கு எனில் $8h^2 = 9ab$ என்பதைக் காட்டு.

3. Write the general equation of a straight line in polar form.

ஒரு நேர்கோட்டின் பொதுவான சமன்பாட்டை வெட்டுத்துண்டு வடிவில் எழுதுக.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

4. Find the angle between the line $r\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=p$ and $r\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=p'$.

கோடுகள் $r\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=p$ மற்றும் $r\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=p'$ இடையே உள்ள கோணத்தைக் கண்டறியவும்.

5. State the equation of a plane in intercept form.

ஒரு தளத்தின் சமன்பாட்டை வெட்டுத்துண்டு வடிவில் குறிப்பிடுக.

6. Find the angle between the planes $2x-y+z=6$, $x+y+2z=3$.

$2x-y+z=6$, $x+y+2z=3$ என்ற தளங்களுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தைக் கண்டுபிடி.

7. Write the equation of a straight line passing through the two given points.

கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

8. Find the equations of the line passing through the point (1, 2, 3) and perpendicular to the planes $x-2y-z+5=0$ and $x+y+3z+6=0$.

ஒரு புள்ளி (1, 2, 3) மற்றும் $x-2y-z+5=0$ மற்றும் $x+y+3z+6=0$ தளங்களுக்கு செங்குத்தாக கடந்து செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் கண்டறிக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. If $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ represents two straight lines equidistant from the origin, show that $f^4-g^4=c\left(bf^2-ag^2\right)$.

$ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ என்பது ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து சம தொலைவிலுள்ள இரண்டு நேர்கோடுகளைக் குறிக்கிறது என்றால், $f^4-g^4=c\left(bf^2-ag^2\right)$ என்பதைக் காட்டு.

17. Show that the feet of the perpendiculars from the origin on the sides of the triangle formed by the points with vectorial angles α, β, γ and which lie on the circle $r=2a\cos\theta$ lie on the straight line $2a\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma=r\cos(\pi-\alpha-\beta-\gamma)$.

திசையன் கோணங்கள் α, β, γ கொண்ட புள்ளிகளால் உருவாக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் பக்கங்களில் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து உள்ள செங்குத்துகளின் அடிப்பகுதியில் கிடக்கும் $r=2a\cos\theta$ என்ற வட்டத்தில் உள்ளது எனில் $2a\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma=r\cos(\pi-\alpha-\beta-\gamma)$ எனக் காட்டுக.

(b) Show that the lines $x+2y+3z-4=0$, $2x+3y+4z-5=0$ and $2x+3y+3z-5=0$, $3x-2y+4z-6=0$ are coplanar and find the equation of the plane containing the two lines.

$x+2y+3z-4=0$, $2x+3y+4z-5=0$ மற்றும் $2x+3y+3z-5=0$, $3x-2y+4z-6=0$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக. மேலும் இரண்டு கோடுகளையும் உள்ளடக்கிய தளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறி.

15. (a) Find the equation of the sphere which passes through the points (1, 0, 0), (0, 1, 0) and (0, 0, 1) and has its center on the planer $x+y+z=6$.

(1, 0, 0), (0, 1, 0) மற்றும் (0, 0, 1) என்ற புள்ளிகள் மற்றும் $x+y+z=6$ என்ற தளத்தில் மையத்தைக் கொண்டிருக்கும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறிக.

Or

(b) Find the equation of the sphere tangential to the plane $x-2y-2z=7$ at $(3,-1,-1)$ and passing through the point $(1,1,-3)$.

தளம் $x-2y-2z=7$ இல் $(3,-1,-1)$ என்ற புள்ளியிலும் மற்றும் $(1,1,-3)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடி.

9. State the condition for orthogonality of two spheres.

இரண்டு கோளங்களின் செங்குத்து மயத்திற்கான நிபந்தனையைக் கூறு.

10. Find the coordinate of the center and radius of the sphere $16x^2+16y^2+16z^2-16x-8y-16z-35=0$.

கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் $16x^2+16y^2+16z^2-16x-8y-16z-35=0$ ஆகியவற்றைக் கண்டறி.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the value of λ so that the equation $\lambda x^2-10xy+12y^2+5x-16y-3=0$ represents a pair of straight lines. Find also their point of intersection.

$\lambda x^2-10xy+12y^2+5x-16y-3=0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு ஜோடி நேர்கோடுகளைக் குறிப்பிடுமாயின் λ ன் மதிப்பைக் கண்டறியவும். மேலும் அவற்றின் வெட்டும் புள்ளியையும் கண்டறியவும்.

Or

(b) Prove that the area of the triangle formed by the lines $y = x + c$ and the straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ is $c^2\left|\frac{\sqrt{h^2 - ab}}{a + b + 2h}\right|$.

$y = x + c$ கோடுகள் மற்றும் $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ என்ற நேர்கோடுகளால் உருவாக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $c^2\left|\frac{\sqrt{h^2 - ab}}{a + b + 2h}\right|$ என நிறுவுக.

12. (a) Show that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the pole to the tangent to the circle $r = 2a\cos\theta$ is $r = a(1 + \cos\theta)$.

ஒரு துருவத்திலிருந்து $r = 2a\cos\theta$ என்ற வட்டத்தின் செங்குத்துக் கோட்டின் பாதத்திற்க்கு வரையப்பட்டத் தொடுகோட்டின் நியம்பாதையை $r = a(1 + \cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

Or

(b) Show that in a conic, semi latus rectum is the harmonic mean between the segments of a focal chord.

ஒரு கூம்பில், அரை செவ்வகலமானது குவிய நாண் பகுதிகளுக்கு இடையே உள்ள இசைக் சராசரி என்பதைக் காட்டுக.

13. (a) Find the equation of the plane passing through the point (2, 2, 4) and perpendicular to the planes $2x - 2y - 4z - 3 = 0$ and $3x + y + 6z - 4 = 0$.

ஒரு புள்ளி (2, 2, 4) மற்றும் $2x - 2y - 4z - 3 = 0$ மற்றும் $3x + y + 6z - 4 = 0$ என்ற தளங்களுக்கு செங்குத்தாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

Or

(b) Find for what values of λ, the points $(0, -1, \lambda)$, $(4, 5, 1)$, $(3, 9, 4)$ and $(-4, 4, 4)$ are coplanar.

λ வின் எந்த மதிப்புகளுக்கு, புள்ளிகள் $(0, -1, \lambda)$, $(4, 5, 1)$, $(3, 9, 4)$ மற்றும் $(-4, 4, 4)$ ஆகியவைகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் என்பதைக் கண்டறியவும்.

14. (a) Find the perpendicular distance from the point $(1, 3, -1)$ to the line $\frac{x - 13}{5} = \frac{y - 8}{-8} = \frac{z - 31}{1}$.

$(1, 3, -1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\frac{x - 13}{5} = \frac{y - 8}{-8} = \frac{z - 31}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தாக உள்ள தூரத்தைக் கண்டறியவும்.

Or